



ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО ФИНАНСОВОЙ ГРАМОТНОСТИ, ФИНАНСОВОМУ РЫНКУ И ЗАЩИТЕ ПРАВ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ ФИНАНСОВЫХ УСЛУГ

Олимпиаду проводят:



РОСПОТРЕБНАДЗОР



РОСФИНМОНИТОРИНГ

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ИНСТИТУТ ЭКОНОМИКИ



Защита потребителей финансовых услуг
ФИНПОТРЕБСОЮЗ
Общероссийская Общественная Организация



РОССИЙСКОЕ
ДВИЖЕНИЕ ШКОЛЬНИКОВ

Всероссийская олимпиада по финансовой грамотности, финансовому рынку и защите прав потребителей финансовых услуг для старшеклассников

Партнеры Олимпиады:



СБЕРБАНК

Всегда рядом



**МОСКОВСКАЯ
БИРЖА**



*Всероссийский
союз страховщиков*

ПРОСТОЙ ПРОЦЕНТ



- **Простой процент** — это начисление процента только на первоначально инвестированную сумму

Будущая стоимость



- Пусть денежная сумма PV размещаем под годовую процентную ставку r . Определим будущую стоимость:

$$FV_1 = PV + PV \cdot r$$

$$FV_2 = FV_1 + PV \cdot r$$

$$FV_2 = PV + PV \cdot r + PV \cdot r$$

$$FV_2 = PV(1 + r \cdot 2)$$

ПРОСТОЙ ПРОЦЕНТ

$$FV = PV \left(1 + r \cdot n \right)$$

- Обозначения

PV - настоящая стоимость

FV - будущая стоимость

r - годовая процентная ставка,
выраженная в долях

единицы

n - период вклада под процент r

$t < 1$ года

$$FV = PV \left(1 + r \cdot \frac{t}{\text{база}} \right)$$



ПРОСТОЙ ПРОЦЕНТ



- Если процентная ставка меняется
- Размещаем сумму PV , первый год под процент r_1 , второй год под процент r_2 .

$$FV_1 = PV + PV \cdot r_1$$

$$FV_2 = FV_1 + PV \cdot r_2$$

$$FV_2 = PV + PV \cdot r_1 + PV \cdot r_2$$

$$FV_2 = PV \left(+ r_1 + r_2 \right)$$

ПРОСТОЙ ПРОЦЕНТ



$$FV = PV \left(+ r \cdot n \right)$$

$t < 1$ года

$$FV = PV \left(1 + r \cdot \frac{t}{\text{база}} \right)$$

$$FV = PV \left(+ r_1 + r_2 + \dots + r_n \right)$$

ПРОСТОЙ ПРОЦЕНТ



Инвестор вложил 15 000 руб. сроком на 5 лет на депозит в банке, который начисляет 12% по вкладу. В конце каждого года инвестор снимает со счета начисленную сумму очередного процента.

Какую величину составит общая сумма вклада и начисленных в течение 5 лет процентных платежей?

$$FV = 15000 \left(+ 0,12 \cdot 5 \right)$$

Ответ: 24 000 руб.

ПРОСТОЙ ПРОЦЕНТ



Вкладчик положил в банк 10 000 руб. в начале 2016 г. Банк начислял с периодичностью раз в полгода простые проценты по следующим процентным ставкам: 2016 г. - 10% годовых; 2017 г. - 9% годовых; 2018 г. - 6% годовых. В предположении, что вкладчик не снимал денег со своего счета, определите, какая сумма была на его счете в середине 2018 г.

$$FV = 10000(1 + 0,1 + 0,09 + 0,06 * 1 / 2)$$

Ответ: 12 200 руб.

ПРОСТОЙ ПРОЦЕНТ



- **Определим настоящую стоимость инвестиции:**

$$PV = \frac{FV}{1 + r \cdot n}$$

$$PV = \frac{FV}{\left(1 + r \cdot \frac{t}{\text{база}}\right)}$$

$$PV = \frac{FV}{\left(+ r_1 + r_2 + \dots + r_n\right)}$$

ПРОСТОЙ ПРОЦЕНТ



По окончании 2-го года на счете клиента банка находится сумма 11 600 руб. Начисление процентов в банке происходило по схеме простого процента в конце каждого квартала по ставке 8% годовых. Рассчитайте первоначальную сумму вклада.

$$PV = \frac{11600}{1 + 0,08 \cdot 2}$$

Ответ: 10 000 руб.

ПРОСТОЙ ПРОЦЕНТ



Вкладчик положил в банк некоторую сумму в начале 2016 г. Банк в конце каждого года начислял простые проценты по следующим процентным ставкам: 2016 г. - 12% годовых; 2017 г. - 10% годовых; 2018 г. - 8% годовых. В предположении, что вкладчик не снимал денег со своего счета, определите, какую сумму он положил в банк, если на его счете в середине 2018 г. было 36600 руб.

$$PV = \frac{36600}{1 + 0,12 + 0,1}$$

Ответ: 30 000 руб.

ПРОСТОЙ ПРОЦЕНТ



Инвестор открывает в банке депозит на 90 дней под 10% годовых и хотел бы в конце периода получить по депозиту 10 тыс.руб. Какую сумму ему следует разместить сегодня на счете? База 365 дней.

$$PV = \frac{10000}{1 + 0,1 \cdot \frac{90}{365}}$$

Ответ: 9 759,36 руб.

ПРОСТОЙ ПРОЦЕНТ

- Определим доходность и период инвестиции:



$$r = \left(\frac{FV}{PV} - 1 \right) \cdot \frac{1}{n}$$

$$n = \left(\frac{FV}{PV} - 1 \right) \cdot \frac{1}{r}$$

$$r = \left(\frac{FV}{PV} - 1 \right) \cdot \frac{\text{база}}{t}$$

$$t = \left(\frac{FV}{PV} - 1 \right) \cdot \frac{\text{база}}{r}$$

ПРОСТОЙ ПРОЦЕНТ



Инвестор открывает в банке депозит под 10% годовых (простой процент) на сумму 10 тыс. руб. и хотел бы получить по счету 10,5 тыс. руб. На сколько дней следует открыть депозит? База 360 дней.

$$t = \left(\frac{10500}{10000} - 1 \right) \cdot \frac{360}{0,1}$$

Ответ: 180 дней.

ПРОСТОЙ ПРОЦЕНТ



Вкладчик разместил на счете в банке 10000 руб. и получил через 180 дней 10540 руб. По счету начислялся простой процент. Определить доходность его операции в расчете на год на основе простого процента. Финансовый год равен 365 дням.

$$r = \left(\frac{10540}{10000} - 1 \right) \cdot \frac{365}{180}$$

Ответ: 10,95% годовых.

СЛОЖНЫЙ ПРОЦЕНТ



- **Сложный процент** — это процент, который начисляется на первоначально инвестированную сумму и начисленные в предыдущие периоды проценты
- Определим будущую стоимость инвестиции

СЛОЖНЫЙ ПРОЦЕНТ

Пусть денежная сумма PV размещаем под годовую процентную ставку r .



$$FV_1 = PV + PV \cdot r$$

$$FV_2 = FV_1 + FV_1 \cdot r$$

$$FV_2 = PV + PV \cdot r + PV \cdot r + PV \cdot r^2$$

$$FV_2 = PV (1 + r)^2$$

СЛОЖНЫЙ ПРОЦЕНТ

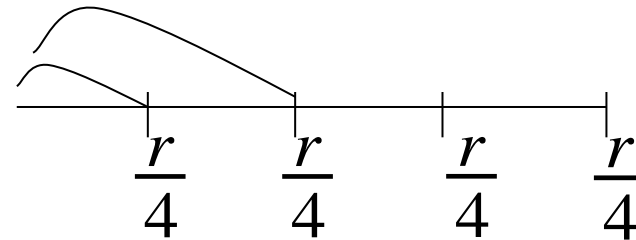
$$FV = PV \left(+ r \right)^n$$

процесс наращения



число раз начисления

m — процента за один год



$n = 1$

$$FV = PV \left(1 + \frac{r}{m} \right)^{n \cdot m}$$

СЛОЖНЫЙ ПРОЦЕНТ

- Если процентная ставка меняется
- Размещаем сумму PV , первый год под процент r_1 , второй год под процент r_2 .

$$FV_1 = PV + PV \cdot r_1$$

$$FV_2 = FV_1 + FV_1 \cdot r_2$$

$$FV_2 = PV + PV \cdot r_1 + PV \cdot r_2 + PV \cdot r_1 \cdot r_2$$

$$FV_2 = PV \left(+ r_1 \right) \left(+ r_2 \right)$$

СЛОЖНЫЙ ПРОЦЕНТ

$$FV = PV (1 + r)^n$$

$$FV = PV \left(1 + \frac{r}{m} \right)^{n \cdot m}$$

$$FV = PV (1 + r_1) \cdot (1 + r_2) \cdot \dots \cdot (1 + r_n)$$

Будущая стоимость инвестиции возрастает при:

- ✓ увеличении срока;
- ✓ возрастании годовой процентной ставки;
- ✓ росте частоты начисления процентов.



СЛОЖНЫЙ ПРОЦЕНТ



Вкладчик положил в банк 20 000 руб. Банк выплачивает 12% годовых. Проценты сложные. Какая сумма будет на счете у вкладчика через три года?

$$FV = 20000 (1 + 0,12)^3$$

$$1,12 * = =$$

$$1,12 * 1,12$$

Ответ: 28 099 руб.

СЛОЖНЫЙ ПРОЦЕНТ



Вкладчик размещает в банке 2 000 руб. под 8% годовых. Банк осуществляет капитализацию процентов на счете ежеквартально. Какая сумма денег получится на счете через 3 года?

$$FV = 2000 \left(1 + \frac{0,08}{4} \right)^{3 \cdot 4}$$

Ответ: 2 536,48.

СЛОЖНЫЙ ПРОЦЕНТ



Вкладчик положил в банк 10 000 руб. Банк выплачивает сложные проценты. Какая сумма будет на счете у вкладчика через два года, если процентная ставка за первый год составляет 20%, а за второй - 30%?

$$FV = 10000 (1 + 0,2) (1 + 0,3)$$

Ответ: 15 600 руб.

СЛОЖНЫЙ ПРОЦЕНТ



В начале года инвестор разместил на депозит в банке 10 000 руб. сроком на 5 лет. Банк начисляет 10% годовых раз в год. Капитализация процентов осуществляется ежегодно. Три с половиной года инвестор был в командировке за границей. Вернувшись из командировки, инвестор получил начисленные по депозиту процентные платежи и далее получал процентные платежи в конце каждого года. Суммарно инвестор получил следующую сумму процентных платежей:

$$10000 \cdot \left(1 + 0,1\right)^3 - 10000 = 3310$$

$$10000 \cdot \left(1 + 0,1 \cdot 2\right) - 10000 = 2000$$

Ответ: 5310 руб.

СЛОЖНЫЙ ПРОЦЕНТ

Определим настоящую стоимость инвестиции:

$$PV = \frac{FV}{(1+r)^n}$$

$$PV = \frac{FV}{\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{n \cdot m}}$$

$$PV = \frac{FV}{(1+r_1) \cdot (1+r_2) \cdot \dots \cdot (1+r_n)}$$

Денежную сумму, которую необходимо инвестировать сегодня, чтобы через определенное время получить данную будущую стоимость, называют **приведенной**



СЛОЖНЫЙ ПРОЦЕНТ



Банк выплачивает 12% годовых. Проценты сложные. Какую минимальную сумму требуется разместить вкладчику в банке, чтобы через 2 года у него было не менее 10 000 руб.?

$$PV = \frac{10000}{(1 + 0,12)^2}$$

Ответ: 7 972 руб.

СЛОЖНЫЙ ПРОЦЕНТ



Инвестор открывает в банке депозит на два года под 10% годовых и хотел бы в конце периода получить по депозиту 10 тыс.руб. Банк начисляет проценты ежеквартально. Какую сумму ему следует разместить сегодня на счете.

$$PV = \frac{10000}{\left(1 + \frac{0,1}{4}\right)^{2 \cdot 4}}$$

Ответ: 8 207,47 руб.

СЛОЖНЫЙ ПРОЦЕНТ



Банк выплатил за первый год проценты по ставке Сбербанка, а за второй год – **на 10% ниже, чем в Сбербанке**. Проценты сложные. Какую минимальную сумму требуется разместить вкладчику в банке, чтобы через 2 года его вклад был не менее 12 000 руб., если ставка Сбербанка все два года была равна 12% годовых?

$$r_1 = 1 * 0,12 = 0,12;$$

$$r_2 = (1 - 0,1) * 0,12 = 0,9 * 0,12;$$

$$PV = \frac{12000}{(1 + 0,12) * (1 + 0,9 * 0,12)}$$

Ответ: 9 670 руб.

СЛОЖНЫЙ ПРОЦЕНТ



Банк выплатил за первый год проценты по ставке Сбербанка, а за второй год – на 20% выше, чем в Сбербанке. Проценты сложные. Какую минимальную сумму требуется разместить вкладчику в банке, чтобы через 2 года его вклад был не менее 21 000 руб., если ставка Сбербанка все два года была равна 12% годовых?

$$PV = \frac{21000}{(1 + 0,12) \cdot (1 + 1,2 \cdot 0,12)}$$

Ответ: 16 390 руб.

СЛОЖНЫЙ ПРОЦЕНТ

Определение периода начисления процентов

$$FV = PV \left(+ r \right)^n$$

$$\frac{FV}{PV} = \left(+ r \right)^n$$

$$\ln \frac{FV}{PV} = \ln \left(+ r \right)^n$$

$$n = \frac{\ln \frac{FV}{PV}}{\ln \left(+ r \right)}$$



СЛОЖНЫЙ ПРОЦЕНТ

Банк выплачивает сложные проценты. Вкладчик разместил в банке 15 000 руб. Сколько лет потребуется вкладчику для того, чтобы его вклад достиг 41 160 руб., если банк выплачивает 40% годовых?



$$41160 = 15000 \left(+ 0,4 \right)^n$$

$$2,744 = 1,4^n \quad n = 3$$

Ответ: 3 года.

СЛОЖНЫЙ ПРОЦЕНТ

Определение номинальной процентной ставки



$$r = \sqrt[n]{\frac{FV}{PV}} - 1$$

$$r = m \cdot \left(\sqrt[n \cdot m]{\frac{FV}{PV}} - 1 \right)$$

СЛОЖНЫЙ ПРОЦЕНТ

Инвестор разместил деньги на банковском депозите на восемь лет. Капитализация процентов осуществлялась ежегодно. Какую ставку по депозиту начислял банк, если в конце периода капитал вкладчика увеличился в четыре раза?



$$r = \sqrt[8]{\frac{4 \cdot PV}{PV}} - 1 = \sqrt[8]{4} - 1$$

$$\sqrt[8]{\quad} = \sqrt[2]{\sqrt[2]{\sqrt[2]{\sqrt[2]{\quad}}}}$$

Ответ: 18,92%.

СЛОЖНЫЙ ПРОЦЕНТ



Банк выплачивает сложные проценты. Какую минимальную процентную ставку должен обеспечить банк для того, чтобы вкладчик удвоил свои средства за два года?

$$r = \sqrt[2]{2} - 1$$

Ответ: 41,42%.

СЛОЖНЫЙ ПРОЦЕНТ

Эффективный процент —

— это процент, который получается по итогам года при начислении сложного процента в рамках года

- ✓ $n=1$
- ✓ условие эквивалентности процентных ставок

$$FV = PV \left(1 + \frac{r}{m} \right)^m \quad \Bigg| \quad FV = PV \left(1 + r_{eff} \right)$$

$$\frac{FV}{PV} = \left(1 + \frac{r}{m} \right)^m \quad \Bigg| \quad \frac{FV}{PV} = 1 + r_{eff}$$

$$\left(1 + \frac{r}{m} \right)^m = 1 + r_{eff}$$



СЛОЖНЫЙ ПРОЦЕНТ

Эффективный процент через номинальную процентную ставку определяется как:

$$r_{eff} = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1$$

$$r = m \left(\sqrt[m]{1 + r_{eff}} - 1 \right)$$



СЛОЖНЫЙ ПРОЦЕНТ

По вкладу в банке ежеквартально начисляется 3% от суммы вклада. Найдите годовую доходность с учетом ежеквартального реинвестирования дохода.



$$r = 3\% \cdot 4 = 12\%$$

$$r_{eff} = \left(1 + \frac{0,12}{4}\right)^4 - 1$$

Ответ: 12,6%

СЛОЖНЫЙ ПРОЦЕНТ

Банк начисляет сложные проценты по ставке, равной одному проценту в месяц. Найдите годовую доходность с учетом ежемесячного реинвестирования дохода.



$$r = 1\% \cdot 12 = 12\%$$

$$r_{eff} = \left(1 + \frac{0,12}{12}\right)^{12} - 1$$

Ответ: 12,7%

СЛОЖНЫЙ ПРОЦЕНТ

Банк производит ежеквартальное начисление дохода по вкладу. Какой должна быть ежеквартальная процентная ставка, чтобы доходность по вкладу с учетом ежеквартального реинвестирования дохода составила 16% годовых?



$$(1 + r_{\text{КВ}})^4 = (1 + 0,16)$$

$$r_{\text{КВ}} = \sqrt[4]{1,16} - 1$$

Ответ: 3,78%

СЛОЖНЫЙ ПРОЦЕНТ

Банк производит ежеквартальное начисление дохода по вкладу. Какой должна быть ежеквартальная процентная ставка, чтобы доходность по вкладу с учетом ежеквартального реинвестирования дохода составила 16% годовых?



$$(1 + r_{\text{КВ}})^4 = (1 + 0,16)$$

$$r_{\text{КВ}} = \sqrt[4]{1,16} - 1$$

Ответ: 3,78%

СЛОЖНЫЙ ПРОЦЕНТ

Эффективный процент равен 8,16% годовых.
Определить эквивалентную ей номинальную годовую процентную ставку при условии начисления процентов каждые полгода.



$$r = m \left(\sqrt[m]{1 + r_{eff}} - 1 \right)$$
$$2(\sqrt{1 + 0,0816} - 1)$$

Ответ: 8% ГОДОВЫХ

Оценка стоимости облигаций

Номинал облигации 1 000 руб., купон 10%,
выплачивается один раз в год. До погашения
облигации 3 года. Определить цену облигации,
если ее доходность до погашения должна
составить 12%.



$$PV = \frac{C_1}{1+r} + \frac{C_2}{(1+r)^2} + \dots + \frac{C_n + N}{(1+r)^n}$$

$$PV = \frac{100}{1+0,12} + \frac{100}{(1+0,12)^2} + \frac{100+1000}{(1+0,12)^3}$$

Ответ: 951,96 руб.

Оценка стоимости облигаций



Номинал облигации 1 000 руб., купон 10%,
выплачивается один раз в год. До погашения
облигации 3 года. Определить цену облигации, если
ее доходность до погашения должна составить 12%.

Если $C_{\%} < r$

то $PV < N$

Ответ: 951,96 руб.

Оценка стоимости облигаций



Рассчитайте рыночную стоимость облигации номиналом 18 000 руб., ставкой выплачиваемого ежегодно купонного дохода 12% и сроком погашения 3 года, если ставка процента по вкладу в банке составляет 14% годовых.

$$PV = \frac{C_1}{1+r} + \frac{C_2}{(1+r)^2} + \dots + \frac{C_n + N}{(1+r)^n}$$

$$PV = \frac{18000 * 0,12}{1 + 0,14} + \frac{18000 * 0,12}{(1 + 0,14)^2} + \frac{18000 * 0,12 + 18000}{(1 + 0,14)^3}$$

Ответ: 17 164 руб.

Оценка стоимости ОБЛИГАЦИЙ

Рассчитайте рыночную стоимость облигации номиналом 18 000 руб., ставкой выплачиваемого ежегодно купонного дохода 12% и сроком погашения 3 года, если ставка процента по вкладу в банке составляет 14% годовых.



$$PV = \frac{0,12 \cdot 18000}{(1 + 0,14)^1} + \frac{2160}{(1 + 0,14)^2} + \frac{2160 + 18000}{(1 + 0,14)^3}$$

$$2160 \div 1,14 = \frac{2160}{1,14} = \frac{2160}{1,14} = \frac{2160}{1,14}$$

$$18000 \div 1,14 = \frac{18000}{1,14} = \frac{18000}{1,14}$$

Ответ: А. 17 164 руб.



Бескупонные облигации

поскольку доход по облигации выплачивается один раз при погашении, цена определяется только дисконтированием номинала

$$PV = \frac{N}{(1+r)^n}$$

Аннуитет

Рассмотрим такое понятие финансового анализа, как аннуитет.

Аннуитетом или рентой называется постоянный доход, получаемый через равные промежутки времени.

Примерами аннуитета являются: доход, приносимый облигацией с постоянным купоном без погашения (см. подробнее раздел 6), дивиденды по привилегированным акциям, доход, приносимый сданной в аренду недвижимостью.

Как уже отмечалось, доходы, получаемые в разные моменты времени, имеют разную "ценность" сегодня.

Аннуитет

Современная стоимость аннуитета, таким образом, складывается из современных стоимостей всех будущих доходов:

$$PV = \frac{C}{1+r} + \frac{C}{(1+r)^2} + \frac{C}{(1+r)^3} + \dots + \frac{C}{(1+r)^n}$$

Здесь PV — современная стоимость аннуитета, C — регулярный ежегодный доход, n — количество лет, в течение которых поступали доходы, r — ставка дисконтирования.

Аннуитет

Просуммировав геометрическую прогрессию в правой стороне, находим текущую стоимость аннуитета:

$$PV = \frac{C}{r} \cdot \left[1 - \frac{1}{(1+r)^n} \right]$$

Аннуитет



Согласно долговой бумаге на протяжении 5 лет будут производиться ежегодные выплаты в размере 1000 руб. Какова текущая стоимость долговой бумаги, если ставка дисконтирования выбрана 19,25%?

$$PV = \frac{1000}{0,1925} \left[1 - \frac{1}{(1 + 0,1925)^5} \right] = 3040,65 \text{ руб.}$$

Аннуитет



Согласно долговой бумаге на протяжении 5 лет будут производиться ежегодные выплаты в размере 1000 руб. Какова текущая стоимость долговой бумаги, если ставка дисконтирования выбрана 19,25%?

$$PV = \frac{1000}{0,1925} \left[1 - \frac{1}{(1 + 0,1925)^5} \right] = 3040,65 \text{ руб.}$$

Задача



Инвестор приобрел выпуск облигаций «Башнефть» на размещении в середине 2015 года в количестве 100 штук. Купоны по выпуску установлены в размере 12% годовых, выплачиваются раз в полгода. Определите **доход** (в руб.) и **доходность** операции (в %), если известно, что продажа бумаги состоялась через полтора года по цене 102% от номинала. Какова **реальная доходность** покупки облигаций, если инфляция с июля 2015 по конец 2016 года составила 9.6%.

Задача



Решение:

Доход от изменения цены $(102\% - 100\%) * 1000 * 100 = 2\% * 1000 * 100 = 2000$ руб.

Доход по купону $(12\% + 6\%) * 1000 * 100 = 18000$ руб.

Полный доход по облигациям $2000 + 18\ 000 = 20000$ руб.

Доходность операции

$20000 / (1000 * 100) = 20000 / 100000 = 1/5 = 20\%$ годовых

Реальная доходность вложений $20\% - 9.6\% = 10.4\%$

Ответ: Доход от операции 20 тыс руб., доходность- 20%, реальная доходность – 10.4%.

Спасибо за внимание!

Дополнительная информация
тел.: **+7 (495) 369-04-02**, доб. 230
WWW.FIN-OLIMP.RU